2. Darstellungen

Auffinden der Biblockzerlegung

Es gibt effiziente Algorithmen.

1. Schritt: Bestimmen der peripheren Bäume
Es wird von den Knoten mit Gesamtgrad 1 ausgegangen und eine Markenverschiebungstechnik benutzt.

2. Schritt: Bestimmen des stopfreien Kerns
Es wird eine a-Tiefensuche von einem Knoten des stoppfreien Kerns ausgeführt. Dabei wird für jeden Baumbogen der Tiefensuchunterbaum betrachtet. Darunter sollen die Knoten verstanden werden, die neu besucht werden, bevor die die Tiefensuche über den Bogen zum dessen Sartpunkt zurückkommt. Basis für die Bestimmung von Biblöcken und internen Bäumen ist der folgende
Satz: 1. Ein ausgehender Baumbogen ist genau dann eine Brücke, wenn alle Rückwärtsbögen aus dem Tiefensuchunterbaum in diesem enden.
2. Ein Knoten ist genau dann trennender Schnittpunkt für den Tiefensuchunterbaum eines ausgehenden Baumbogens, wenn alle Rückwärtsbögen des Tiefensuchunterbaumes in diesem oder dem gegebenen Knoten enden.

2. Darstellungen

Digraphen und vollständige Orientierungen

Satz: Ein stark zusammenhängender Digraph besteht aus einer einzigen Subkomponente.

Satz: Ein allgemeiner Graph besitzt genau dann eine f-kreisfreie vollständige Orientierung, wenn er schlingenfrei ist und keinen f-Kreis nur aus Bögen auffweist.

Satz: 1. Ein stark zusammenhängender Graph besitzt genau dann eine stark zusammenhängende vollständig Orientierung, wenn er brückenfrei ist.
2. Ein stark zusammenhängender allgemeiner Graph besitzt genau dann eine stark zusamnenhängende vollständige Orientierung, wenn jede Kante auf einem f-Kreis liegt.

2. Darstellungen

Klassifgikation von Linien

Bezeichnung	*Anmerkungen*
Linie einer a-kreisfreien schwachen Zush.-Komp.	Brücke. Auf keiner Seite ein a-Kreis.
Linie eines peripheren Baumes	Brücke. a-Kreis auf genau einer Seite.
Linie eines internen Baumes	Brücke. a-Kreise auf beiden Seiten.
Nichtbrücke	Gehört zu genau einem Biblock, einer Subkomponenten und einem stoppfreien Kern.

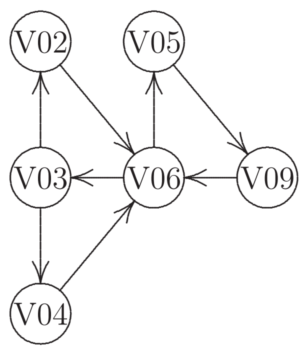
2. Darstellungen

Klassifgikation von Knoten

Bezeichnung	*Inzidenzen*	*Anmerkungen*
Isolierter Knoten	0	Einziger Knoten, der nicht zu einer eigentlichen schwachen Zush.-Komp. gehört.
Endknoten	1	Tritt nur in a-kreisfreien schwachen Zush.-Komp. und in peripheren Bäumen auf. Kein Schnittpunkt.
Interner Knoten eines Baumes	≥ 2	Tritt in a-kreisfreien schwachen Zush.-Komp., in peripheren Bäumen und in internen Bäumen auf. Schnittpunkt.
Interner Knoten eines Biblocks	≥ 2	Kein Schnittpunkt.
Jede Kombination der folgenden Eigenschaften:	*Falls mehrere zutreffen, fallen die Nicht-Brücken zusammen:*	
Grenzpunkt	$\geq$ 1 für den peripheren Baum. $\geq$ 2 Linien des stoppfreien Kerns.	Gehört zu genau einem stoppfreien Kern. Schnittpunkt.
Checkpunkt	$\geq$ 1 für den internen Baum. $\geq$ 2 Linien der Subkomponente.	Gehört zu genau einer Subkomponente. Schnittpunkt.
Angelpunkt	$\geq$ 2 für jeden Biblock.	Gehört zu mindestens zwei Biblöcken. Schnittpunkt.

6. Perioden

Periodischer Digraph



Definition:

1. Es sei v ein nicht-isolierter Knoten eines allgemeinen Graphen G. Die *a-Periode von v (a-period of v)* ist der größte gemeinsame Teiler der Längen der a-Wege, die in v beginnen und enden.

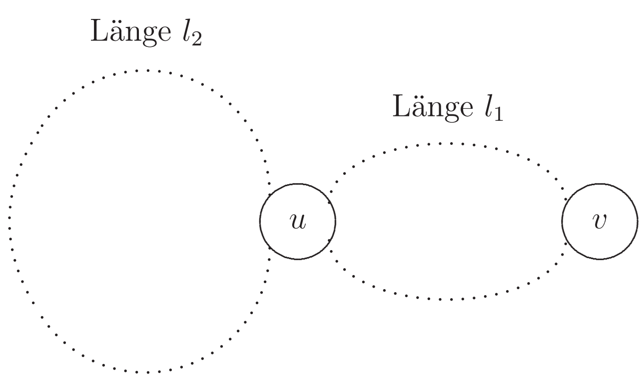
2. Es sei v ein Knoten mit Rückkehr eines allgemeinen Graphen G. Die *f-Periode von v (f-period of v)* ist der größte gemeinsame Teiler der Längen der f-Wege, die in v beginnen und enden.

6. Perioden

Satz: Alle Knoten einer schwachen Zusammenhangskomponente haben die gleiche a-Periode.

Alle Knoten einer starken Zusammenhangskomponente haben die gleiche f-Periode.

Beweis:



6. Perioden

Proposition: a.Die Länge eines jeden geschlossenen a-Weges in einer schwachen Zusammenhangskomponente ist ein Vielfaches der a-Periode.

b, Die Länge eines jeden geschlossenen f-Weges in einer starken Zusammenhangskomponente ist ein Vielfaches der f-Periode.

Proposition: a. Die a-Periode einer schwachen Zusammenhangskomponente kann höchstens den Wert 2 annehmen.

g. Enthält eine starke Zusammenhangskomponente eine Kante, so kann ihre f-Periode höchstens den Wert 2 annehmen.

6. Perioden

Periodizitätsklassen

Satz: Es sei $G(V, E, A, \varphi, \psi)$ ein schwach zusammenhängender (stark zusammenhängender) allgemeiner Graph. $p \geq 2$ sei seine a-Periode (f-Periode). Dann gilt

1. Gibt es einen a-Weg (f-Weg) der Länge $n_0 p$ von u nach v, so ist die Länge eines jeden a-Weges (f-Weges) von u nach v ein Vielfaches von p.
2. Gegenseitige a-Erreichbarkeit (f-Erreichbarkeit) in np $(n \geq 1)$ Schritten ist eine Äquivalenzrelation über V.
3. V wird in p Äquivalenzklassen zerlegt. Jeder Schritt auf einem a-Weg (f-Weg) führt von einer Äquivalenzklasse in eine andere. In p Schritten werden alle p Klassen in einer festen Reihenfolge durchlaufen und der letzte Schritt endet in der ersten Klasse der Reihenfolge.

Aperiodische Komponenten

Satz: Ist v ein Knoten einer aperiodischen schwachen (starken) Zusammenhangskomponente, so existiert ein $n_0 \in \mathbb{N}$, so daß es für jedes $n \geq n_0$ einen geschlossenen Weg der Länge n durch v gibt.

6. Perioden

Algorithmus zum Finden der Periode

```
void PERIOD(VERTEX *v, int level)

{  if (p == 1) return; /* aperiodisch */
   if (v ist nicht markiert)
       { markiere v;
         v→vlevel = level;
         for (alle Kanten und Ausgangsbögen l, die mit v inzidieren)
             { if (l kein Bogen des externen Dag) PERIOD(otherend(l, v), level + 1);
             }
       }
   else
       { p = gcd(p, |level − v→vlevel|);
       };
   return;
}
```