Musterklausur: ***Netzwerke und Optimierung***

Sommersemester 2013

Für jede Aufgabe gibt es maximal 20 Punkte. Mit mindestens 35 Punkten ist die Klausur bestanden,

Aufgabe 1

a. Wie kann eine endliche Markovkette durch einen Digraphen dargestellt werden?
Welche andere Darstellung gibt es?
Wie wird der Anfangszustand festgelegt?
Welche Knoten ohne Rückkehr gibt es **nicht** in Digraphen, die zu Markovketten gehören?

b. Es sei eine endliche Markovkette mit den Zuständen `A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L, M` gegeben. Die Matrix ihrer Übergangswahrscheinlichkeiten sei

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
A	0.5	0	0.125	0.125	0	0	0	0	0.25	0	0	0	0
B	0.9	0	0	0	0.1	0	0	0	0	0	0	0	0
C	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
D	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
E	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
F	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
G	0	0	0	0	0	0	0.1	0.9	0	0	0	0	0
H	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
I	0	0	0	0	0	0	0.1	0	0	0.5	0	0.4	0
J	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.3	0	0.7
K	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.2	0	0.8	0
L	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
M	0	0	0	0	0	0	0	0	0.5	0	0	0.5	0

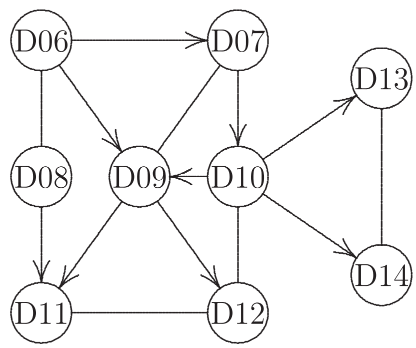
Zeichnen Sie den zugehörigen Digraphen. Geben Sie die transienten Zustände an. Welche davon liegen in starken Zusammenhangskomponenten? Welches sind die irreduziblen Teilketten?

c. Für welche irreduziblen Teilketten gibt es keinen stationären Zustand? Warum? Bitte geben Sie für die übrigen die Gleichungssyteme zur Berechnung der stationären Zustangswahrscheinlichkeiten an.
Zusatzfrage (gibt zusätzliche Punkte) Welches sind die stationären Zudtandswahrscheinlichkeiten?

d. Legen Sie eine Anfansgverteilung fest. Welche stationären Zustandsverteilungen ergeben sich für dafür?

Aufgabe 2

Berechnen sie für den Graphen der G der Zeichnung die kürzesten a-Entfernungen vom Knoten D06.



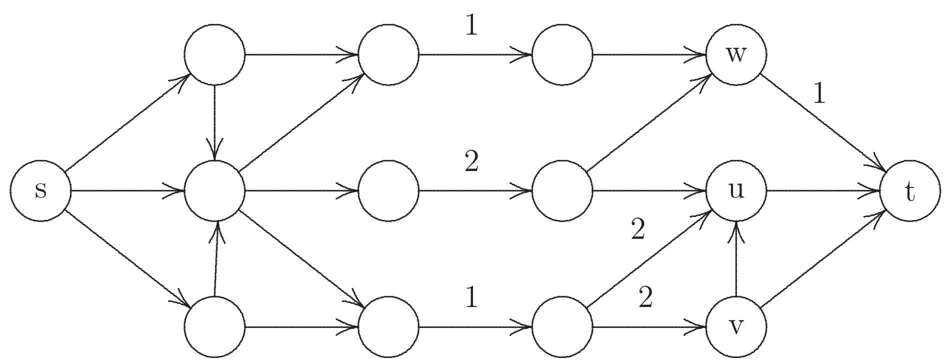
Die Liniengewichte seien gegeben durch:

g(D06,D07) $=2$
g(D06,D08) $=3$
g(D06,D09) $=4$
g(D07,D09) $=1$
g(D07,D10) $=7$
g(D08,D11) $=4$
g(D09,D11) $=4$
g(D09,D12) $=3$
g(D10,D09) $=3$
g(D10,D12) $=1$
g(D11,D12) $=0$
g(D10,D13) $=5$
g(D10,D14) $=7$
g(D13,D14) $=2$

Lösungsskizze:
Es sollen die a-Entfernungen in einem allgemeinen Graphen mit positiven Liniengewichten bestimmt werden. Anzuwendendes Verfahren: Dijkstra.
Bei dem einfachen Graphen des Beispiels kann man auch ohne Anwendung des Algorithmus von Dijkstra die Lösung finden.
Der Graph besteht aus den Biblöcken D06, D07, D08. D09, D10, D11, D12 sowie D10, D13, D14. Die Biblöcke sind über den Angelpunkt D10 verbunden.
Man bestimmt die Entfernungen im ersten Biblock und mit dem für D10 gefundenen Wert die Entfernungen im zweiten Biblock.

Aufgabe 3

a. Welches ist im nachfolgenden Gaphen der maximale Fluß von s nach t?



Um die Zeichnung nicht zu überladen, sind nicht alle Knotennamen angegeben. Es sind auch nicht die Kapazitäten aller Bögen aufgeführt. Die Kapazitäten dieser Bögen seien mindestens 5.

Lösungsskizze:
Es empfiehlt sich, den Satz `min cat = max flow` zu benutzen. Wir suchen einen Schnitt mit minimaler Kapazität und wissen, daß wir damit den maximalen Fluß gefunden haben. Ein Schnitt ist eine Partition der Knoten in zwei Klassen,bei der die Knoten s und t in verschiedenen Klassen sind.
Suchen Sie in dem Graphen einen minimalen Schnitt und zeigen sie, daß alle anderen Schnitt eine größere kapazität haben.